Importante premessa per affrontare i problemi e alcuni esercizi svolti

Per affrontare la verifica di dicembre occorre comprendere e memorizzare le modalità operative adottate nei diversi casi

> La risoluzione dei problemi è l'aspetto più difficile, ma più entusiasmante dello studio della fisica, perché è il punto reale di verifica della nostra comprensione del mondo che ci circonda.
> Si tengano sempre presenti le indicazioni che vengono date nel testo: sono come le guide entro cui muoversi.

Tre sono i punti su cui soffermarsi con attenzione.

1 Il ragionamento parte dalla "fine" del problema. È il risultato finale cercato che pone la prima domanda: a partire da questa si "risale", cercando di individuare, tra le varie possibilità di soluzione, quella che utilizza i dati in nostro possesso.

2 Bisogna cercare di capire, passo dopo passo, qual è il principio fisico in gioco: solo dopo aver compreso questo ci si può preoccupare di cercare la formula conveniente da utilizzare. La fisica è la scienza che descrive il mondo utilizzando il formalismo matematico, non è una riserva di problemi da risolvere come applicazione della matematica.

3 È opportuno eseguire i calcoli solo alla fine. Operando con i simboli, si ottengono delle relazioni tra i dati e le incognite del problema che potrebbero essere utili anche in altre situazioni simili a quella studiata nel problema che si sta risolvendo, divenendo parte personale della "scienza" di ognuno.

ESEMPIO 3.5

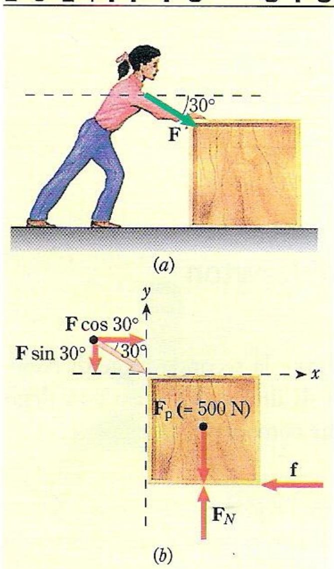

Figura 3.24
Si noti che la forza normale agente sulla cassa è pari a 500 N + F sin 30°.

Problema

Una donna spinge una cassa del peso di 500 N con una forza **F**, che forma un angolo di 30° con l'orizzontale, come mostra la figura 3.24*a*.
(a) Che intensità deve avere **F** perché la donna riesca a far sì che la cassa cominci a scivolare? **(b)** Se la donna continua a spingere con la stessa forza una volta che la cassa comincia a scivolare, quale sarà l'accelerazione della cassa?
Si ammetta che la cassa e il pavimento siano entrambi di legno, e si utilizzino i valori dei coefficienti d'attrito forniti dalla tabella 3.3.

Svolgimento

Parte (a)

La cassa comincia a scivolare quando le viene applicata una forza orizzontale pari al valore critico, f_c, della forza d'attrito statico. D'altronde dalla (3.3) si ha $f_c = \mu_s F_N$ e dalla tabella 3.3 abbiamo $\mu_s = 0.7$. È quindi necessario determinare, per prima cosa, F_N.
Il diagramma di corpo libero per la cassa è rappresentato nella figura 3.24*b*. La componente verticale dell'accelerazione è nulla, quindi la seconda legge di Newton impone che sia $\Sigma F_y = 0$. Dato che vi sono due forze dirette verso il basso (vedi figura) e F_N è diretta verso l'alto, questa equazione consente di determinare F_N. Nel momento in cui la cassa comincia a scivolare, $f = f_c$ e in tale condizione le forze orizzontali devono sottostare alla relazione:

$$F \cos 30° \geq f_c = (0.7) F_N$$

Abbiamo adesso un sistema di due equazioni nelle incognite F e F_N.

$$\begin{cases} F_N = F_p + F \sin 30° \\ F \cos 30° = 0.7\ F_N \end{cases}$$

Si osservi che sul pavimento agisce una forza *maggiore* del solo peso, perché la forza esercitata dalla donna ha un componente verticale verso il basso. Secondo la terza legge di Newton, uguale valore ha la forza normale esercitata per reazione dal pavimento.
Sostituendo nella seconda l'espressione di F_N, si ottiene:

$$F \cos 30° = 0.7\ (F \sin 30° + 500)$$

e, raccogliendo i termini simili, si ha:

$$F\ [\cos 30° - 0.7(\sin 30°)] = 0.7 \cdot 500$$

$$F\ (0.866 - 0.35) = 350$$

$$F = \frac{350}{0.516} = 678\ \text{N}$$

che è quanto richiedeva il testo.
Può poi essere utile controllare l'uguaglianza delle forze orizzontali, dopo aver determinato F_N:

$$F_N = F \sin 30° + F_p = (678\ \text{N})\ (0.500) + 500\ \text{N} = 839\ \text{N}$$

$$F \cos 30° = (678\ \text{N})\ (0.866) = 587\ \text{N}$$

$$f_c = \mu_s F_N = 0.7\ (839\ \text{N}) = 587\ \text{N}$$

Parte (b)
La cassa accelera perché, una volta che ha cominciato a muoversi, l'attrito diminuisce fino al valore $f_d = \mu_d F_N$.
Se la donna continua a esercitare la forza **F** sopra calcolata, ci sarà una forza risultante diversa da zero in direzione orizzontale, mentre nulla cambierà, in verticale, nell'espressione $F_N = F \sin 30° + F_p$.
La forza orizzontale risultante sarà:

$$587\ \text{N} - 0.4\ (839\ \text{N}) = 587\ \text{N} - 336\ \text{N} = 251\ \text{N}.$$

È adesso possibile determinare l'accelerazione utilizzando la seconda legge di Newton, $a = F/m$, ove m è la massa della cassa, ottenibile dal peso $F_p = mg$, ossia $m = F_p/g$. Nel nostro caso:

$$m = \frac{500\ \text{N}}{9.8\ \text{m/s}^2} = 51\ \text{kg}$$

Sostituendo infine i valori numerici si ha:

$$a = \frac{251\ \text{N}}{51\ \text{kg}} = 4.92\ \text{m/s}^2$$

ESEMPIO 3.6

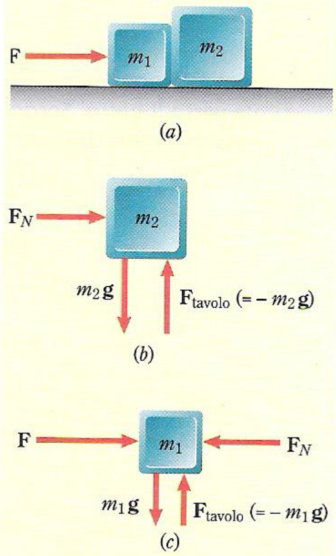

Figura 3.25
I diagrammi di corpo libero per i due blocchi presi singolarmente mettono in evidenza le forze normali di compressione che agiscono tra essi.

Problema

Due blocchi aventi masse $m_1 = 1.0$ kg e $m_2 = 2.0$ kg sono a contatto tra loro su un tavolo orizzontale, come mostra la figura 3.25*a*. L'attrito tra ciascuno di essi e il tavolo è trascurabile. Una forza orizzontale **F** è applicata a m_1 e fa accelerare i blocchi verso destra con **a** = 3.0 m/s^2. **(a)** Qual è l'intensità di **F**? **(b)** Che forze di compressione agiscono tra i blocchi?

Svolgimento

I due blocchi si muovono insieme e quindi possiamo considerarli, per quanto riguarda la parte (a), come un unico corpo, con $M = 3.0$ kg.
Si può notare che l'unica forza che dobbiamo considerare è la forza esterna **F**, mentre le forze di compressione sono "interne" al sistema e non influiscono sul suo moto; per tale forza la seconda legge della dinamica fornisce $F = ma = (3.0\ \text{kg})\ (3.0\ \text{m/s}^2) = 9.0$ N.
Le forze di compressione non sono invece rappresentate in figura 3.25*a* e compaiono se si costruisce il diagramma di corpo libero per ciascun blocco preso separatamente. Tra i due blocchi deve agire un qualche genere di forza normale orizzontale, dal momento che uno di essi viene spinto contro l'altro.
Il diagramma di corpo libero per m_2 è quello di figura 3.25*b*. **F** è applicata soltanto a m_1, e quindi non compare nel diagramma per m_2.
$\mathbf{F}_N$ che è una forza di compressione agente tra i blocchi rigidi, è l'unica forza orizzontale applicata a m_2 e pertanto, conformemente alla seconda legge di Newton, è la sola causa dell'accelerazione di m_2.
L'equazione che fornisce $\mathbf{F}_N$ è:

$$F_N = m_2 a = (2.0\ \text{kg})\ (3.0\ \text{m/s}^2) = 6.0\ \text{N}.$$

La forza di compressione agente su m_1 è invece fornita dalla terza legge di Newton che stabilisce che deve essere uguale e di verso opposto a quella che agisce su m_2.
In figura 3.25*c* è rappresentato il diagramma di corpo libero per m_1.
La forza risultante $\mathbf{F} - \mathbf{F}_N$ applicata a m_1 è:

$$F - F_N = m_1 a = (1.0\ \text{kg})\ (3.0\ \text{m/s}^2) = 3.0\ \text{N}$$

Ciò comporta che $F_N = F - 3.0\ \text{N} = 9.0\ \text{N} - 3.0\ \text{N} = 6.0$ N, in accordo con il risultato ottenuto per m_2.

ESEMPIO 3.7

Se una fune si immagina senza massa e inestensibile, allora per tensione della fune si intende la forza che sostituisce l'azione che i corpi producono sulla fune stessa lungo la sua linea d'azione.

Problema

Le due masse di figura 3.26*a* sono sospese alle estremità opposte di una corda priva di massa, e la corda passa su una puleggia priva di massa e di attrito. Determinare l'accelerazione delle due masse e la tensione della fune. Si è specificato che la corda e la puleggia devono essere prive di massa in modo da poterne trascurare l'inerzia. Poiché la puleggia è priva sia di massa sia di attrito e la corda è priva di massa, la tensione della corda è la stessa dalle due parti della puleggia. (Questo dispositivo è chiamato **macchina di Atwood**.)

Svolgimento

Se si ammette che la corda sia inestensibile, le masse sono vincolate a muoversi con la stessa accelerazione, determinabile dalla seconda legge di Newton, applicata a ciascuna massa separatamente.

Le forze applicate alle due masse sono i loro pesi, $m\mathbf{g}$, diretti verso il basso, e la tensione **T** della corda, che ha sempre la direzione della corda e verso uscente dal corpo attaccato alla corda stessa.
I diagrammi di corpo libero sono mostrati nelle figure 3.26*b* e *c*. Si osservi che non vi compare affatto la puleggia, che serve semplicemente a sorreggere la corda e che i corpi vengono considerati puntiformi, poiché il moto è di tutto il corpo nel suo insieme.
Quando il sistema si muove, una massa sale e l'altra scende e si può scegliere come direzione di moto positiva per ciascuna massa quella in cui essa effettivamente si muove. Essendo maggiore, la massa di 10 kg si muoverà verso il basso. Così per il primo corpo:

$$98\ \text{N} - T = (10\ \text{kg})a$$

e, per il secondo corpo:

$$T - 49\ \text{N} = (5\ \text{kg})a$$

Le due equazioni possono essere utilizzate per fare un sistema di due equazioni nelle due incognite, a e T.
Sommando membro a membro le due equazioni, T viene eliminata, ottenendo un'equazione nell'incognita a:

$$98\ \text{N} - T + T - 49\ \text{N} = (10\ \text{kg})a + (5\ \text{kg})a = (15\ \text{kg})a$$

Quindi:

$$a = \frac{49\ \text{N}}{15\ \text{kg}} = 3.3\ \text{m/s}^2$$

Sostituendo questo valore di a in una delle due equazioni ottenute sopra, si ricava la tensione della corda:

$$T = (5\ \text{kg})\ (3.3\ \text{m/s}^2) + 49\ \text{N} = 65\ \text{N}$$

Esercizio Qual è l'espressione generale dell'accelerazione di questo sistema, se si indicano con m_1 la massa maggiore e con m_2 quella minore?

Risposta $a = \left(\dfrac{m_1 \pm m_2}{m_1 + m_2}\right)g$

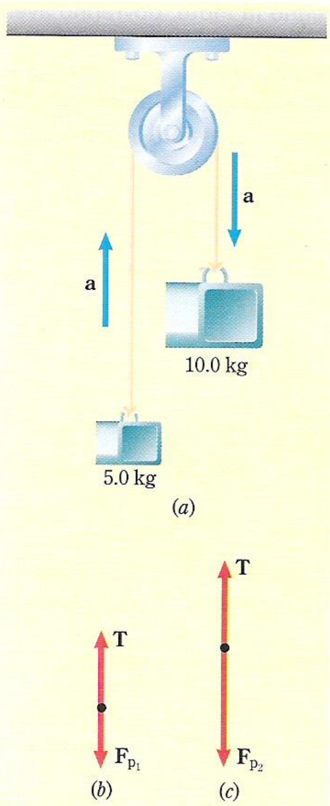

Figura 3.26
I due blocchi hanno accelerazioni della medesima intensità ma con verso opposto.

ESEMPIO 3.8

Problema

Nella figura 3.27*a*, un filo, privo di massa, è legato a un'estremità a un libro di massa 400 g appoggiato su un tavolo; poi passa su una puleggia priva di massa e di attrito, e all'altra estremità è attaccato a una massa sospesa di 200 g. I coefficienti d'attrito tra libro e tavolo sono $\mu_s = 0.4$ e $\mu_d = 0.2$. I diagrammi di corpo libero per il libro e la massa sospesa sono riportati nelle figure 3.25*b* e *c*. **(a)** Se il sistema è inizialmente in quiete, comincerà a muoversi? **(b)** Se si muove, qual è l'accelerazione del libro?

Svolgimento

Parte (a)

Il fatto che la puleggia sia priva di massa e di attrito indica che non occorre alcuna forza per metterla in rotazione. La sua unica funzione è di cambiare la direzione di qualunque tensione sia presente nel filo.
Se la tensione esercitata dal filo sul libro è almeno uguale al valore critico f_c dell'attrito statico, il libro comincia a muoversi.
La grandezza della tensione nel filo può essere determinata applicando la seconda legge della dinamica sia al libro sia alla massa di 200 g. Il filo li vincola

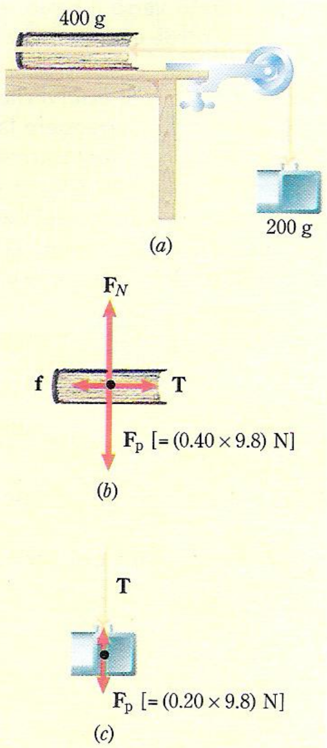

Figura 3.27
Benché l'attrito si opponga al moto del libro, il peso della massa da 200 g è sufficiente a far muovere entrambi i corpi. Il peso del libro è equilibrato dalla reazione vincolare del tavolo.

a muoversi insieme, e quindi, ogniqualvolta saranno in moto, dovranno avere accelerazioni di uguale intensità.
La tensione è uguale alle due estremità del filo a condizione che la puleggia sia priva di massa e di attrito e il filo privo di massa. In tal caso, le due tensioni risultano uguali in virtù della terza legge di Newton. Più avanti, in altri capitoli, studieremo il comportamento delle pulegge "reali".
Si ha quindi, per il libro:

in direzione verticale,

$$F_N = F_p = (0.400 \text{ kg})\,(9.80 \text{ m/s}^2) = 3.92 \text{ N}$$

in direzione orizzontale,

$$T - f = (0.400 \text{ kg})\,a.$$

Per la massa sospesa:

$$(0.200 \text{ kg})\,(9.80 \text{ m/s}^2) - T = (0.200 \text{ kg})\,a$$

Si osservi che tanto in questa equazione quanto in quella della risposta precedente, abbiamo considerato positivi i vettori che hanno il verso in cui si dovrebbe muovere ciascun corpo.
Nel caso statico, $a = 0$, e quindi, in base all'ultima equazione la tensione sarebbe $T = 1.96$ N e la forza d'attrito critica:

$$f_c = \mu_s F_N = (0.40)\,(3.92 \text{ N}) = 1.6 \text{ N}.$$

Va notato che quest'ultima forza, da sola, non è in grado di tenere fermo il libro equilibrando la tensione di 1.96 N. Ma la domanda che ci eravamo posti era: "Quale sarebbe la tensione nel caso statico?". Il risultato fa capire che è fisicamente impossibile l'equilibrio; il che significa che il libro scivolerà, a meno che non venga applicata un'altra forza, in aggiunta all'attrito.

Parte (b)
Con il movimento del libro la forza d'attrito sarà l'attrito dinamico, $f = \mu_d F_N = (0.20)\,(3.92 \text{ N}) = 0.78$ N, che è minore di f_c. Inoltre, poiché a non è più nulla, T *non* sarà uguale al peso della massa sospesa.
Abbiamo già visto le due equazioni desunte dalla seconda legge che correlano a e T, che sono riunite nel sistema:

$$\begin{cases} T - 0.78 \text{ N} = (0.400 \text{ kg})\,a \\ 1.96 \text{ N} - T = (0.200 \text{ kg})\,a \end{cases}$$

Sommando membro a membro si elimina T:

$$1.96 \text{ N} - 0.78 \text{ N} = 1.18 \text{ N} = (0.600 \text{ kg})\,a$$

Si ha, così, $a = 1.97 \text{ m/s}^2$ e tale valore può essere sostituito in una qualsiasi delle due equazioni per calcolare T:

$$T - 0.78 \text{ N} = (0.400 \text{ kg})\,(1.97 \text{ m/s}^2) = 0.788 \text{ N}$$

$$T = 0.78 \text{ N} + 0.788 \text{ N} = 1.57 \text{ N}$$

Si può verificare che in questi calcoli è stato riportato il numero corretto di cifre significative.