Correzione del compito del 15/11/2010 e ampliamenti relativi

EX 1 Sono state determinate le seguenti misure espresse in kilogrammi

U_1	U_2	U_3	U_4	U_5	U_6
26,15	25,96	26,19	25,83	26,22	25,88

Elaborando i dati sperimentali indica:

a) la sensibilità dello strumento utilizzato;
b) il valore attendibile di U;
c) l'errore assoluto di U;
d) la misura di U;
e) l'errore relativo di U (con 4 cifre significative);
f) l'errore percentuale di U (con 2 cifre decimali)

Per i soli risultati numerici relativi a questo esercizio si veda quanto segue

EX1)
a) $s = 0{,}01\ Kg$
b) $\bar{U} = 26{,}038\bar{3}\ Kg = \boxed{26{,}04\ Kg}$
c) $\varepsilon_{a,u} = 0{,}195\ Kg = \boxed{0{,}2\ Kg}$
d) $\boxed{U = (26{,}0 \pm 0{,}2)\ Kg}$
e) $\varepsilon_{r,u} = 0{,}0076923076 = \boxed{0{,}007692}$
f) $\boxed{\varepsilon_{\%,u} = 0{,}77\%}$

Ovviamente quanto a lato per un compito in classe vale ZERO infatti per lo SVOLGIMENTO in realtà occorre aggiungere la motivazione che spieghi quali considerazioni teoriche sono state utilizzate e cioè quanto segue.

L'esercizio si riferisce al **problema della misura diretta.**

Nel misurare una grandezza fisica si ottengono valori diversi a causa della presenza inevitabile di errori casuali; è quindi normale che nella tabella data vi siano misure diverse e tra queste non ve ne sono che si discostano notevolmente dalle altre quindi deducono che fra tali misure non ve ne siano affette da errori sistematici

a) Osservando che tutte le misure sono espresse con due cifre decimali deduco che lo strumento è in grado di apprezzare fino a 0,01kg quindi la più piccola variazione che lo strumento ha apprezzato cioè la sua **sensibilità** è di $\boxed{0{,}01\text{kg}}$

b) il **valore attendibile** di una misura si ottiene eseguendo la media delle misure in modo da compensare gli errori casuali

$$\bar{U} = \frac{\sum_{i=n}^{n} U_i}{n}$$ ho arrotondato alla sensibilità dello strumento

$\boxed{\text{Ricorda che devi presentare: [cosa, come, con quali valori, il risultato del calcolo, l'arrotondamento]}}$

c) l'**errore assoluto** di una misura viene determinato come la semidispersione delle misure effettuate quindi

$$\varepsilon_{a,U} = \frac{U_{\max} - U_{\min}}{2}$$ l'errore assoluto si deve arrotondare **sempre per eccesso** ad una sola cifra significativa

d) la **scrittura della misura** di una grandezza fisica oltre che del valore attendibile deve tener conto anche dell'errore assoluto

$$U = \bar{U} \pm \varepsilon_{a,U}$$

ho arrotondato la misura attendibile ai decimi perché deve avere lo stesso livello di precisione dell'errore assoluto

e) l'incertezza relativa (o errore relativo), che rappresenta un indice della precisione della misura, si determina calcolando il rapporto fra errore assoluto e misura attendibile; è una grandezza adimensionale

$$\varepsilon_{r,U} = \frac{\varepsilon_{a,U}}{\bar{U}}$$ la esprimo con 4 cifre significative secondo la convenzione stabilita

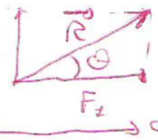
f) l'incertezza percentuale (o errore percentuale), che svolge lo stesso ruolo dell'incertezza relativa ma consente una maggior leggibilità, si ottiene moltiplicando l'incertezza relativa per 100% $\varepsilon_{\%,U} = \varepsilon_{r,U} \cdot 100\%$ la esprimo con 2 cifre decimali secondo la convenzione stabilita

EX 2) Sono date le forze $\vec{F_1}$ e $\vec{F_2}$ tali che F_1=50N e F_2=30N rappresentare graficamente e determinare analiticamente direzione, verso e intensità di $\vec{R} = \vec{F_1} + \vec{F_2}$ nelle ipotesi che le forze formino un angolo α con: a) α=180°; b) α=90°; c) α=70°; d) α=130°

$\vec{R}$ (-4) (-) (-)

2) a) $R = 20N$ dir e verso di $\vec{F_1}$

b) $R = 58{,}3095N = \boxed{58N}$ 2 c/r sig.



$\Theta = \cos^{-1}\frac{F_1}{R} = \cos^{-1}\frac{50N}{58N} = 30{,}45° \simeq \boxed{30°} \longrightarrow \cos^{-1}\frac{50N}{58{,}31N} = \boxed{31°}$

c) $R = \sqrt{(F_1 + F_2\cos 70°)^2 + (F_2 \operatorname{sen} 70°)^2} = \sqrt{(60{,}26)^2 + (28{,}19)^2} = 66{,}52N \simeq \boxed{67N}$

$\Theta = \cos^{-1}\frac{R_x}{R} = \cos^{-1}\frac{60{,}26N}{67N} = 25{,}92° \simeq \boxed{26°}$ meglio $\cos^{-1}\frac{60{,}26N}{66{,}52N} = \boxed{25°}$

d) $R = \sqrt{(F_1 - F_2\cos 50°)^2 + F_2 \operatorname{sen} 50°} = \sqrt{(30{,}72N)^2 + (22{,}98)^2} = 38{,}36N \simeq \boxed{38N}$

$\Theta = \cos^{-1}\frac{R_x}{R} = \cos^{-1}\frac{30{,}72N}{38N} = 36{,}06° \simeq \boxed{36°}$

$\cos^{-1}\frac{30{,}72N}{38{,}36N} = 36{,}74° \simeq \boxed{37°}$

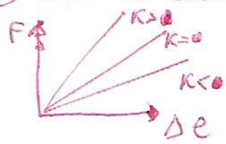
Ovviamente sono anche necessarie le rappresentazioni grafiche basate sull'applicazione della regola del parallelogramma

EX 3) Presenta la costante elastica di una molla e spiegane il significato fisico. Determina tale costante nel caso di una molla che ha lunghezza di 92,10 centimetri se è appesa una massa di 12850 grammi, mentre appendendo una massa di 18,55 kg la lunghezza è di 1,121 metri.

Nella parte teorica occorre prestare attenzione al senso delle leggi fisiche.
Mai dire "… quindi per la legge di Hooke si ha che …" facendo credere che la realtà risponda alla legge di Hooke e non che invece è la legge che è stata ricavata dalla realtà.

Applicando una forza F_{app} ad una molla questa reagisce con una forza F_{el} (detta "forza elastica") di pari intensità e si deforma allungandosi (o accorciandosi) subendo una variazione di lunghezza Δx proporzionale all'intensità della forza: la costante di proporzionalità k fra F e Δx è detta "coefficiente elastica della molla". L'unità di misura di k è N/m.

(3) K è la costante di prop. fra forza applicata e allungamento della molla $K = \frac{F}{\Delta e}$



maggiore è K maggiore deve essere la forza da applicare per avere stessa deformazione: la molla è più rigida.

$$\begin{cases} m_1 g = K(l_1 - l_0) \\ m_2 g = K(l_2 - l_0) \end{cases} \qquad \frac{m_1}{m_2} = \frac{l_1 - l_0}{l_2 - l_0} \qquad m_1(l_2 - l_0) = m_2(l_1 - l_0) ; \quad \boxed{l_0 = \frac{m_2 l_1 - m_1 l_2}{m_2 - m_1}}$$

$$K = \frac{m_1 g}{l_1 - \frac{m_2 l_1 - m_1 l_2}{m_2 - m_1}} = \frac{m_1 g (m_2 - m_1)}{\cancel{m_2 l_1} - m_1 l_1 - \cancel{m_2 l_1} + m_1 l_2} = \frac{\cancel{m_1} g (m_2 - m_1)}{\cancel{m_1} (l_2 - l_1)} = g \frac{m_2 - m_1}{l_2 - l_1}$$

$$K = g \frac{m_2 - m_1}{l_2 - l_1}$$ a condizione che $m_2 l_1 > m_1 l_2$

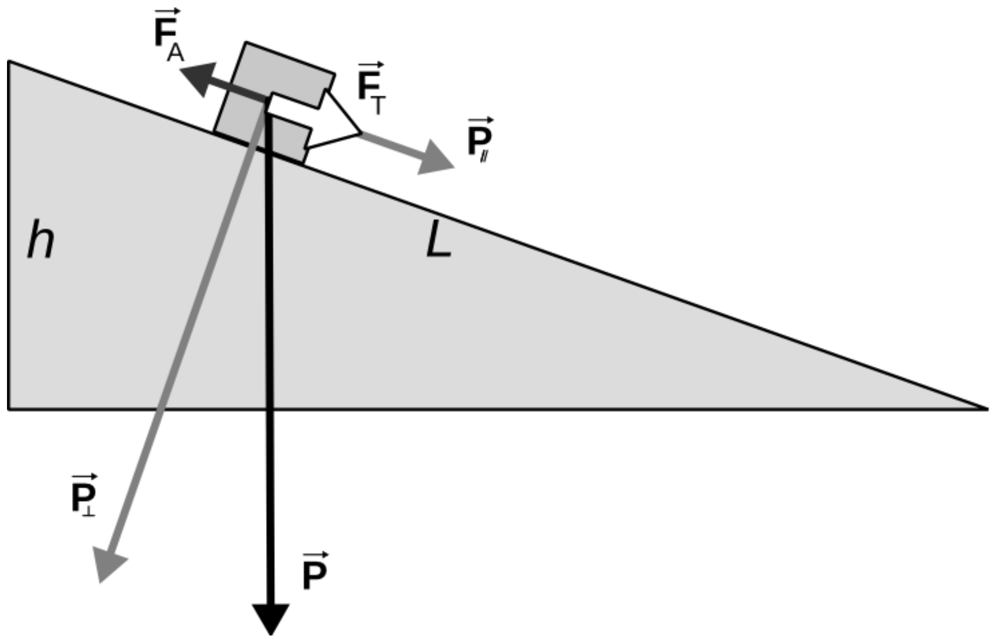
$$K = 9{,}8 \frac{N}{kg} \frac{12{,}85\,kg - 18{,}55\,kg}{0{,}9210\,m - 1{,}121\,m}$$

$$\boxed{279\ N/m} \leftarrow 279{,}3\ N/m$$

per il risultato utilizzo 3 cifre significative che corrisponde al minimo delle cifre significative dei dati

EX 4) Presenta le forze che intervengono quando un corpo è appoggiato su un piano inclinato e rappresentale graficamente. Analizza il caso di un corpo di massa 185,0 kg posto su un piano inclinato formante un angolo di 72,5° con l'orizzontale quindi determina il coefficiente d'attrito sapendo che per mantenere l'equilibrio si deve applicare una forza di 950,0 N parallela al piano.

Il disegno mostra la scomposizione della forza peso P=mg (**sempre verticale** e diretta verso il basso) lungo le direzioni parallela e perpendicolare al piano formante l'angolo α con la direzione orizzontale.



La componente della forza peso parallela al piano inclinato vale:
(1) $P_{//} = Ph/L = mgh/L \cdot = mg\cos\alpha$
quella perpendicolare è
(2) $P_\perp = Pb/L = mg\sin\alpha$
(3) a questa reagisce il pano con la forza N ad esso perpendicolare (non presente nel grafico) e di pari intensità.
Quando il piano non è liscio si deve considerare anche la forza di attrito che è proporzionale alla forza perpendicolare al piano:
(4) $F_A = k \cdot P_\perp$.
(5) a volte per l'equilibrio occorre che sia presente, come nel nostro caso, una forza F parallela al piano.

Ovviamente occorre che l'angolo del disegno sia quello del problema.

(4) $\alpha = 72{,}5°$

$m = 185{,}0\ kg$

$F = 950{,}0\ N$ // piano

$P_{//} - F_{attr} - F = 0$

$mg\sin\alpha - \mu\, mg\cos\alpha - F = 0$

$$\mu = \frac{mg\sin\alpha - F}{mg\cos\alpha} = \frac{185\,kg \cdot 9{,}8\,N/kg\ \sin 72{,}5 - 950{,}0\,N}{185\,kg\ 9{,}8\,N/kg\ \cos 72{,}5°} =$$

$$= 1{,}429 = \boxed{1{,}43}$$

per il risultato utilizzo 3 cifre significative che corrisponde al minimo delle cifre significative dei dati

EX 5) Illustra la differenza fra massa e peso di un corpo e, dopo aver calcolato il peso di 105,0 kg sia sulla superficie terrestre e sia all'altezza di 1240 km, determina a quale altezza si ottiene una riduzione di peso pari al 9%.

In fisica si distinguono forza peso P e massa m in quanto grandezze sostanzialmente diverse.
La **massa m di un corpo è una sua proprietà *intrinseca***, indipendente dalla sua posizione nello spazio e da ogni altra grandezza fisica; è una grandezza scalare, si misura con la bilancia a braccia uguali, nel SI è una grandezza fondamentale e ha per unità di misura il kilogrammo (simbolo kg).
Il **peso P è l'effetto prodotto su tale massa dalla presenza di un campo gravitazionale** quindi è una forza, si misura col dinamometro, nel SI è una grandezza derivata e ha per unità di misura il newton (simbolo N).
Ne risulta che la massa di un corpo è costante, **mentre il suo peso varia a seconda del luogo** in cui viene misurato.
Sulla Luna, un uomo pesa meno che sulla Terra: sui due corpi celesti, una bilancia a torsione o a molla restituirà quindi valori diversi, in quanto si basa sulla misurazione della forza peso; una bilancia a braccia uguali, invece, restituirà lo stesso valore, in quanto si basa sul confronto di masse.

5

$$P_s = mg = 105{,}0\,kg \cdot 9{,}80\,N/kg = 1029\,N = \boxed{1{,}03\,kN}$$

$$P_h = G\frac{m M_T}{(R_T+h)^2} = \dots = 721{,}28\,N = \boxed{721\,N}$$

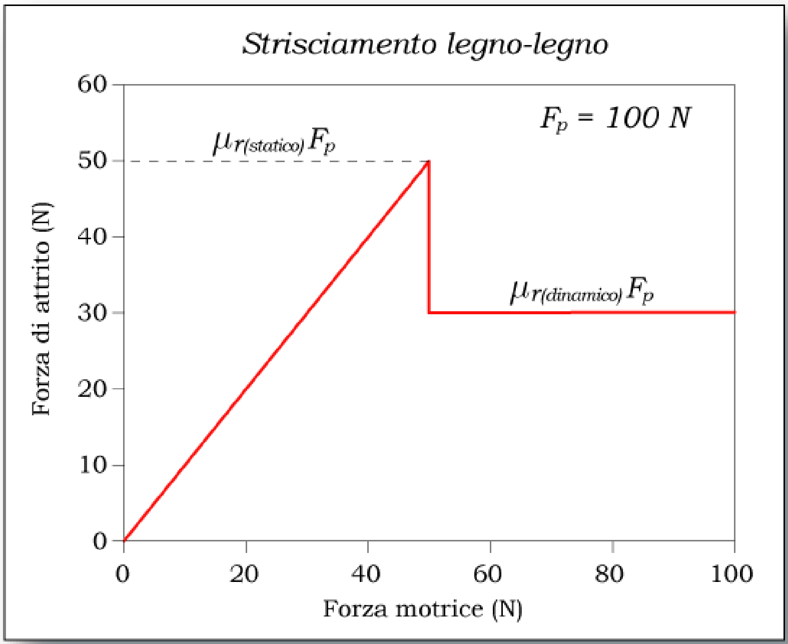
$$\frac{P_h - P_s}{P_s} = 9\%\,?$$

$$P_h = 0{,}91\,P_s \Rightarrow G\frac{m M_T}{(R_T+h)^2} = G\frac{m M_T}{R_T^2}\cdot 0{,}91 \rightarrow (R_T+h)^2 = \frac{R_T^2}{0{,}91} \quad R_T+h = \frac{R_T}{0{,}9539}$$

$$h = 1{,}048\,R_T - R_T \qquad h = 0{,}048\,R_T = \boxed{306\,km}$$

EX 6) Presenta il coefficiente di attrito statico e il coefficiente di attrito dinamico e spiega perché e come i loro valori sono diversi. Considera il caso di una cassa, di massa 62,5 kg, posta su un piano orizzontale non liscio (usa per i coefficienti in questione, in modo opportuno, i valori 0,55 e 0,80) sapendo che sulla cassa è applicata una forza orizzontale crescente che man mano assume i seguenti valori F_1=90N, F_2=290N, F_3=490N, F_4=690N indicare l'intensità della forza attrito presente in ciascun caso

Qui sotto è mostrato il grafico del valore della forza di attrito radente in funzione della forza applicata. Si noti il passaggio da attrito statico ad attrito dinamico, coincidente con l'inizio del moto del corpo



Definizione iniziale

L'attrito radente è dovuto allo **strisciamento ovvero all'interazione tra due superfici piane che rimangono a contatto mentre scorrono** l'una rispetto all'altra

Possibili cause

Ci sono diverse interpretazioni sulle cause di questa forza: la meccanica galileiana proponeva come causa dell'attrito radente le **asperità tra le superfici a contatto**; studi più recenti hanno invece dimostrato che **l'attrito radente è dovuto soprattutto a fenomeni di adesione** (legami chimici) tra le molecole che compongono le superfici a contatto.

Formule

La forza di attrito si esercita tra le superfici di corpi solidi a contatto ed è espresso dalla formula:

$$F_r = \mu_r \cdot F_\perp$$

dove F_r è la forza di attrito radente, μ_r è il **coefficiente di attrito radente** e $F_\perp$ è la componente perpendicolare al piano di appoggio della risultante delle forze agenti sul corpo. Per un corpo appoggiato su un piano orizzontale $F_\perp$ è semplicemente uguale a F_p = mg, forza peso del corpo; per un corpo appoggiato su un piano inclinato di un angolo α rispetto all'orizzontale risulta invece $F_\perp = F_p \cos\alpha$=mgcosα

Il coefficiente d'attrito è una grandezza adimensionale e dipende dai materiali delle due superfici a contatto e dal modo in cui sono state lavorate (più o meno levigate).

Differenze fra statico e dinamico

Il coefficiente di attrito statico μ_{rs} è sempre maggiore o uguale al coefficiente d'attrito dinamico μ_{rd} per le medesime superfici. **Dal punto di vista microscopico, esso è dovuto alle forze di interazione tra gli atomi dei materiali a contatto. Questo implica che la forza necessaria al primo distacco (cioè per far sì che i corpi inizino a strisciare) è superiore a quella necessaria a tenerli in strisciamento**.

Altre osservazioni

La forza di attrito, definita dalla formula scritta più sopra, rappresenta la *forza di attrito massima* che si manifesta nel contatto tra due superfici. Se la forza motrice F_m è minore di $\mu_{rs} F_p$, allora l'attrito è pari a F_m e il corpo non si muove; se F_m supera $\mu_{rs}F_p$, il corpo inizia a muoversi; per valori di F_m ancora maggiori, l'attrito (dinamico) è sempre costante e pari a $\mu_{rd} F_p$. (vedi grafico)

Storia

Gli studi sull'attrito si devono in gran parte al fisico francese Coulomb che nel XVIII secolo sintetizzò i suoi risultati sperimentali enunciando alcune leggi. Oltre alle formule che portano al suo calcolo, egli notò che l'attrito radente non dipende dalla velocità relativa di strisciamento di un corpo sull'altro, almeno se essa è al di sotto di un certo valore (20 m/s) oltre il quale esso inizia a diminuire e che in generale l'attrito non dipende dall'estensione della superficie di contatto tra i due corpi.

Per i valori numerici si veda la pagina seguente

F_1	90N	240N	490N	690 N
F_2	90N	240N	490N	337N

$F_{1s,max} = \mu_s m g = 490N$

$F_{2,d} = \mu_d m g = 336,875 N = 337N$

Finché la forza applicata ha intensità minore della forza di attrito statico massima allora si osserva una forza di attrito di intensità pari a quella della forza applicata e il corpo rimane fermo (primo e secondo caso); la forza di attrito dipende dalla forza applicata

Quando la forza applicata ha intensità uguale alla forza di attrito statico massima allora si è in condizione di moto incipiente e il corpo è fermo (terzo caso)

Se la forza applicata ha intensità maggiore della forza di attrito statico massima allora il copro è in moto e si osserva la presenza della forza d’attrito dinamico che indipendentemente dalla forza applicata (purchè maggiore della forza di attrito statico massima) avrà sempre lo stesso valore (quarto caso)